15. Quantos são os valores inteiros que o número real k pode assumir, de modo que as raízes da equação $x^2 - 3x + k = 0$ sejam reais não nulas e de sinais contrários, e que a equação $x^2 + kx + 1 = 0$ não tenha raízes reais?

A) 3.

B) 1.

C) 0.

D) 2.

Assunto: Equações Algébricas

Sabe-se que uma equação $Ax^2 + Bx + C = 0$, com $A \neq 0$, possui raízes reais quando seu discriminante for não negativo ($\Delta = B^2 - 4\,AC \geq 0$), e essas raízes terão sinais contrários, consequentemente não nulas, quando seu produto for negativo $\left(P = \frac{C}{A} < 0\right)$. Portanto, para tais condições ocorrerem na equação $x^2 - 3x + k = 0$, devemos ter:

• $\Delta = (-3)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, k \geq 0 \therefore 9 - 4k \geq 0 \therefore k \leq \frac{9}{4}$

• $P = \frac{k}{1} < 0 \therefore k < 0$

Como ambas as condições devem ser satisfeitas simultaneamente, devemos ter:

$k \leq \frac{9}{4}$ e $k < 0 \Rightarrow k < 0.$

Por outro lado, sabe-se que uma equação $Ax^2 + Bx + C = 0$, com $A \neq 0$, não possui raízes reais quando seu discriminante for negativo ($\Delta = B^2 - 4\,AC < 0$). Portanto, para tal condição ocorrer na equação $x^2 + kx + 1 = 0$, devemos ter:

• $\Delta = k^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 1 < 0 \therefore k^2 - 4 < 0 \therefore -2 < k < 2$

Finalmente, para que as duas equações tenham as condições mencionadas satisfeitas, devemos ter:

$k < 0$ e $-2 < k < 2 \Rightarrow -2 < k < 0.$

Considerando apenas os valores inteiros que k pode assumir, temos que k = – 1 e, portanto, k apenas um (único) valor inteiro.

Item B