

**21.** Os elementos  $a, b, c, d$  da matriz

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ são distintos entre si e escolhidos}$$

aleatoriamente no conjunto  $\{1, 3, 5, 7\}$ .

Considerando-se, para cada escolha destes elementos, o determinante de  $M$ , o número de valores distintos que  $d$  pode assumir é

- A) 6.
- B) 8.
- C) 16.
- D) 24.

Assunto: Determinantes / Combinatória

O determinante da matriz  $M$  é dado por  $\det(M) = a \cdot d - b \cdot c$ ; com  $a, b, c, d \in \{1, 3, 5, 7\}$ .

Como  $a, b, c$  e  $d$  são distintos entre si, temos  $4! = 24$  modos de distribuirmos os elementos do conjunto  $\{1, 3, 5, 7\}$  para o cálculo de  $\det(M)$ . No entanto, algumas dessas distribuições geram o mesmo resultado de  $\det(M)$ , pois, ao trocarmos as escolhas de  $a$  e  $d$  (bem como as escolhas de  $b$  e  $c$ ), o produto entre tais valores permanece o mesmo. Portanto, desconsiderando (proporcionalmente) tais permutações, obtemos  $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$  modos de distribuirmos os elementos e, consequentemente, o determinante de  $M$  possui 6 valores distintos (a saber:  $\pm 8, \pm 16$  e  $\pm 32$ ).

Item: A