

**Questão 162** enem2021

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo  $\Delta$  e estrela  $*$ , definidas sobre o conjunto dos números reais por  $x\Delta y = x^2 + xy - y^2$  e  $x * y = xy + x$ .

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada  $b$ , que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação  $(a\Delta b) * (b\Delta a) = 0$ . Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada  $b = 1$ .

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

- A  $\sqrt{5}$
- B  $\sqrt{3}$
- C  $\sqrt{1}$
- D  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
- E  $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

Assunto: Sistema de Numeral

Substituindo o valor  $b = 1$  na expressão, temos:

- i)  $(a \Delta 1) = a^2 + a - 1$
- ii)  $(1 \Delta a) = 1 + a - a^2$
- iii)  $(a \Delta 1) * (1 \Delta a) = (a^2 + a - 1) \cdot (1 + a - a^2) + (a^2 + a + 1)$   
 $(a \Delta 1) * (1 \Delta a) = (a^2 + a - 1) [1 + a - a^2 + 1]$   
 $(a \Delta 1) * (1 \Delta a) = (a^2 + a - 1) \cdot (-a^2 + a + 2).$

Como  $(a \Delta 1) * (1 \Delta a) = 0$ , então:

$$a^2 + a - 1 = 0$$

$$a' = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\Delta = 5$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \begin{cases} \rightarrow a' = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ maior raiz} \\ \rightarrow a'' = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

ou  $-a^2 + a + 2 = 0$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Delta = 9$$

$$a = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} \rightarrow a' = 2 \text{ maior raiz} \\ \rightarrow a'' = -1 \end{cases}$$

Somando as duas raízes, temos:

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2} + \frac{4}{2} = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}$$

Item: E