

13. Seja U o conjunto dos números inteiros menores do que 1000 e maiores do que 100. Considere os subconjuntos de U : $X = \{ n \in U; n \text{ é múltiplo de } 2 \}$ e $Y = \{ n \in U; n \text{ é múltiplo de } 3 \}$. O número de elementos do subconjunto $X \cup Y$ é

- A) 749.
- B) 669.
- C) 629.
- D) 599.

Assunto: Teoria dos conjuntos e divisibilidade

A quantidade de múltiplos de k no intervalo de 1 até n é dada pela parte inteira (representada por $\lfloor \cdot \rfloor$) da divisão de n por k . Desse modo, tem-se:

I. Quantidade de elementos de X .

$$\left\lfloor \frac{999}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{101}{2} \right\rfloor = 499 - 50 = 449$$

II. Quantidade de elementos de Y :

$$\left\lfloor \frac{999}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{101}{3} \right\rfloor = 333 - 33 = 300$$

Os elementos de $X \cap Y$ são os múltiplos de 2 e de 3 ao mesmo tempo, isto é, os múltiplos de 6. Assim sendo:

III. Quantidade de elementos de $X \cap Y$:

$$\left\lfloor \frac{999}{6} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{101}{6} \right\rfloor = 166 - 16 = 150$$

Por fim, aplicando o princípio da inclusão-exclusão:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 449 + 300 - 150$$

$$n(A \cup B) = 599.$$

Item: D