

20. O valor do número real positivo x que satisfaz a

$$\text{igualdade } \frac{3}{\log_2 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_5 x} = 2 \text{ é}$$

A) $20\sqrt{3}$.

B) $30\sqrt{2}$.

C) $20\sqrt{5}$.

D) $30\sqrt{5}$.

Assunto: Logaritmos

Condição de existência: $x > 0$ e $x \neq 1$.

$$\frac{3}{\log_2 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_5 x} = 2$$

Lembrando que $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$:

$$3 \cdot \log_x 2 + 2 \cdot \log_x 3 + 2 \cdot \log_x 5 = 2$$

Lembrando que $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$:

$$\begin{aligned} \log_x 2^3 + \log_x 3^2 + \log_x 5^2 &= 2 \\ \log_x 8 + \log_x 9 + \log_x 25 &= 2 \end{aligned}$$

Lembrando que $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$:

$$\log_x (8 \cdot 9 \cdot 25) = 2$$

Da definição de logaritmo:

$$x^2 = 8 \cdot 9 \cdot 25$$

$$x = 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 5$$

$$x = 30\sqrt{2}$$

Item: B