14. Se, para os números reais a e b, a divisão do polinômio $P(x) = x^4 + x^2 + ax + 1$ por $Q(x) = x^2 + x + b$ é exata, então a soma a + b é igual a

A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 4.

Assunto: Polinômios

Efetuando a divisão polinomial:

$$\begin{array}{rrrrr|l}
x^4 & +0x^3 & +x^2 & +ax & +1 & x^2+x+b \\
\cline{6-6}
x^4 & -x^3 & -bx^2 & & & x^2-x+(2-b) \\
\cline{1-3}
 & -x^3 & +(1-b)x^2 & +ax & +1 & \\
 & +x^3 & +x^2 & +bx & & \\
\cline{2-4}
 & & +(2-b)x^2 & +(a+b)x & +1 & \\
 & & -(2-b)x^2 & -(2-b)x & -(2b-b^2) & \\
\cline{3-5}
 & & & (a+2b-2)x & +(b^2-2b+1) &
\end{array}$$

Para que a divisão seja exata, o resto R(x) = (a + 2b – 2)x + (b² – 2b + 1) deve ser o polinômio nulo. Para isso, os dois coeficientes devem ser nulos. Assim:

$$b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$a + 2b - 2 = 0 \Rightarrow a + 2 \cdot 1 - 2 = 0 \Rightarrow a + 2 - 2 = 0 \Rightarrow a = 0$$

Logo,

$$a + b = 0 + 1$$

$$a + b = 1$$

Item: A